Sukladnost trokuta i primjene

Veselko Čotić, učitelj savjetnik

Osnovna škola Augusta Cesarca

Krapina

Ključni pojmovi: trokut ( jednakokračni, jednakostranični, jednakokračni pravokutni, pravokutni sa šiljastim kutovima 30° i 60° ), simetrala kuta, visina , težišnica i srednjica trokuta.

Mali broj zadataka rješavamo u osnovnoj školi u kojima postoji veza između duljina stranica i veličina unutarnjih kutova trokuta . Primjenom svojstava trokuta možemo rješavati i takve zadatke na dodatnoj nastavi iz matematike. Trokut je jednakokračan ako ima dvije stranice jednakih duljina. Jednakokračni trokut je osnosimetrični lik koji ima jednu os simetrije. Vrijedi tvrdnja : Nasuprot stranicama jednakih duljina u trokutu nalaze se kutovi jednake veličine. Lako se može dokazati i obratna tvrdnja.Trokut kojemu su sve tri stranice jednakih duljina zove se jednakostranični trokut. Jednakostranični trokut ima sva tri kuta jednake veličine. Vrijedi i obratna tvrdnja: Ako su tri kuta u nekom trokutu jednake veličine, trokut je jednakostraničan. Jednakokračni pravokutni trokut ima svojstvo da su mu oba šiljasta kuta po 45°. Pravokutni trokut sa šiljastim kutovima od 30 i 60 ima svojstvo da je kateta nasuprot kutu od 30 dva puta manja od duljine hipotenuze, tj. . Srednjica trokuta jest dužina koja spaja polovišta dviju stranica trokuta. Srednjica je trokuta usporedna s trećom stranicom trokuta i jednaka je polovici njene duljine. Navedena svojstva trokuta primijenit ću u rješavanju sljedećih primjera.

Primjer 1. Neka je točka D na stranici zadanog trokuta ABC, takva da je . Odredite ostale kutove trokuta, ako je =45 i =60.



Ako iz vrha C trokuta ABC nacrtamo okomicu na trokut EDC je polovica jednakostraničnog trokuta pa je =.



Trokut EBD je jednakokračni s osnovicom , pa su kutovi kod vrhova E i B po 30. Trokut BCE je jednakokračni,jer su mu kutovi kod vrhova B i C po 30, pa slijedi =U trokutu ABE kutovikod vrhova A i B su jednake veličine i iznose po 15, odnosno . Kako je = i , slijedi , pa je trokut AEC jednkokračni pravokutni s kutovima kod vrha A i kod vrha C po 45. Konačno

Primjer 2. U trokutu ABC zadana je visina . Simetrala vanjskog kuta kod vrha C siječe pravac u točki E. Ako je =, onda je 60 Dokažite.



Trokut je pravokutni. Prema uvjetu zadatka je , pa slijedi 30.

Iz trokuta slijedi: ,odnosno nakon dijeljenja jednakosti s 2, . U trokutu kut je vanjski kut, pa je ili , odnosno

Primjer 3.Težišnica i visina povučena iz vrha C trokuta ABC, dijele kut pri tom vrhu na tri jednaka dijela. Koliko su kutovi trokuta?



, pa je



Trokut CDE, pa je pravokutni u kojem je= i , . Kod vrha D je 2ili Zaključujemo da je dnosno kutovi trokuta ABC iznose, 60 i 90.

Primjer 4. U jednakokračnom trokutu ABC kut pri vrhu C je 108. Na kraku zadana je točka E, takva da je pravac AE simetrala kuta BAC. Ako je dužina visina ovog trokuta dokazati da je =2 .



Lako izračunamo veličinu kuta trokuta .



Trokut je jednakokračni ( = ), u kojemu je nožište visine polovište stranice , i ako točkom C povučemo usporednicu s pravcem AE, tada je srednjica trokuta . Prema tome je , a kako je trokut DFC jednakokračni, , , onda je, što je i trebalo dokazati.

Zadaci za vježbu:

1. Na stranici trokuta dana je točka D takva da je =15° i . Ako je , odredite preostale kutove i trokuta
2. U jednakokračnom trokutu kutovi uz osnovicu iznose 36°. Dokažite da je duljina simetrale kuta s vrhom u A dva puta veća od duljine simetrale kuta s vrhom C.
3. Težišnicu trokuta produži preko polovišta D stranice do točke E da bude =. Koliki je kut ako je

Promatrajući riješene primjere uočili smo povezanost između duljina stranica i veličina kutova trokuta rješavajući teže i složenije zadatke. Sukladnost možemo primijeniti i na četverokute, mnogokute, te obodni i središnji kut kružnice.

Literatura:

[1] Gordana Paić-Željko Bošnjak-Boris Čulina, Matematički izazovi 6, udžbenik matematike za šesti razred, prvo polugodište, Alfa , Zagreb 2010.

[2] Margita Pavleković, Metodika nastave matematike s informatikom I, Zagreb 1997.

[2] Jasenka Đurović, Ivo Đurović, Sanja Rukavina, Matematika 1, zbirka zadataka za 1. razred gimnazije, Element, Zagreb 1996.